

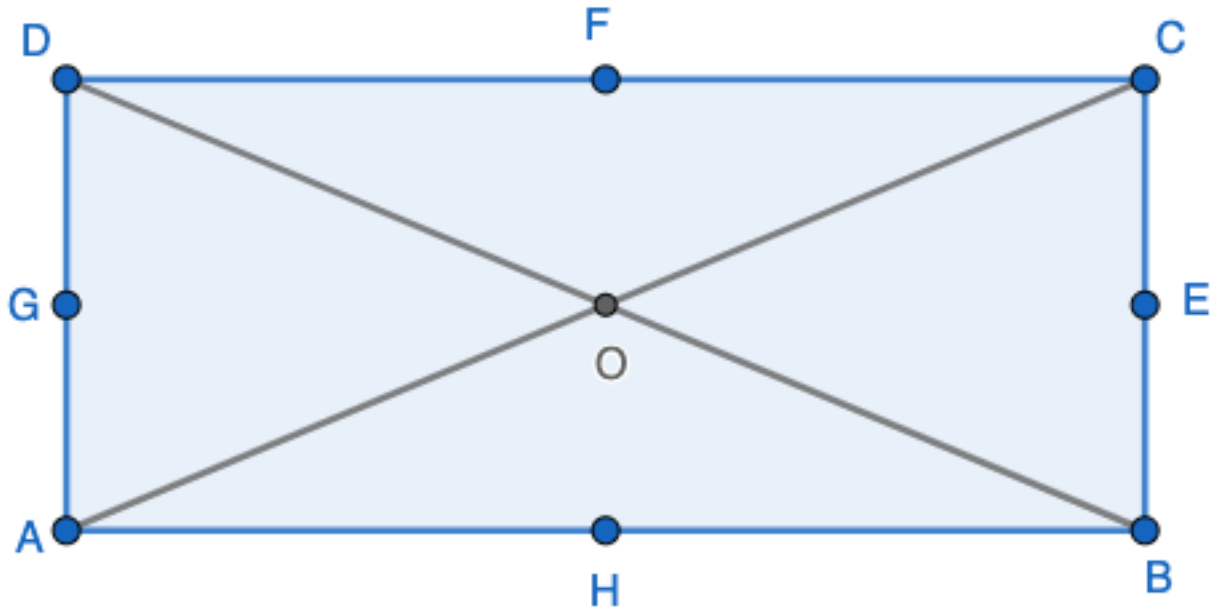
Fiche d'exercices 1 – Vecteurs et produit scalaire

Exercice 1 : avec le projeté orthogonal

On considère le rectangle ABCD ci-dessous. E, F, G et H sont respectivement les milieux des côtés [BC], [CD],[CA] et [AB].

O est l'intersection des diagonales du rectangles.

Apparier chaque expression du produit scalaire avec son résultat en utilisant le projeté orthogonal.

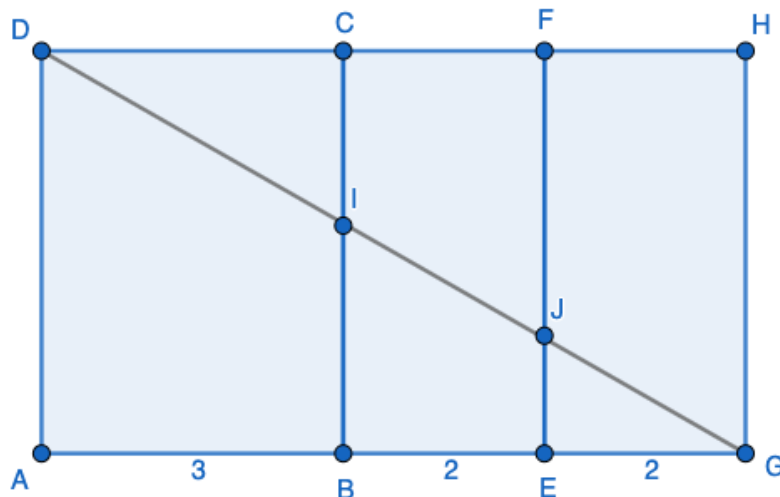


$$\begin{array}{ll} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} & * \\ \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AF} & * \\ \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AB} & * \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} & * \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} * & AB \times AH \\ * & AD \times AD = AD^2 \\ * & AG \times AD \\ * & AB \times AB = AB^2 \end{array}$$

Exercice 2 : avec le projeté orthogonal

On considère la figure ci-dessous où ABCD est un rectangle de 3, et BEFC ainsi que EGHF sont deux rectangles de largeur 2. De plus HG=4.



En utilisant la formule du projeté orthogonal si besoin, calculer les produits scalaires suivant.

1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

2. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BF}$

3. $\overrightarrow{EI} \cdot \overrightarrow{AG}$

4. $\overrightarrow{GJ} \cdot \overrightarrow{GB}$

5. $\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{HG}$

6. $\overrightarrow{EJ} \cdot \overrightarrow{EA}$

Exercice 3 : Opérations avec le produit scalaire

Sachant que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} = -4$, $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CD} = 2$ et que \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{EF} sont orthogonaux, en développant les produits scalaires suivants si besoin, trouver leurs valeurs.

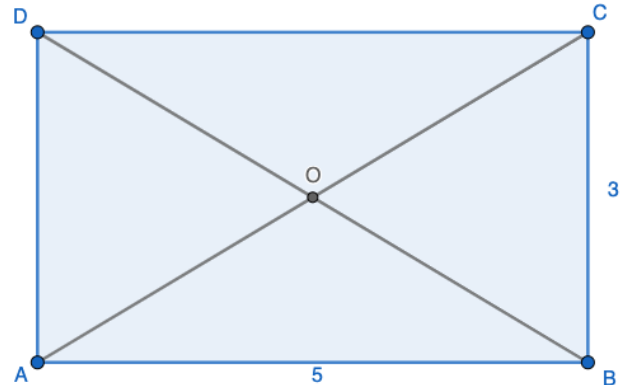
1. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{EF}$
2. $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF})$
3. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE}) \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF})$

Exercice 4 : Bilinéarité et produit scalaire guidé

On considère le rectangle ABCD tel que $AB=5$ et $BC=3$. On note O l'intersection des diagonales du rectangle.

1. On peut écrire que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
Faire de même avec \overrightarrow{BD} et l'exprimer comme une somme de 2 vecteurs.

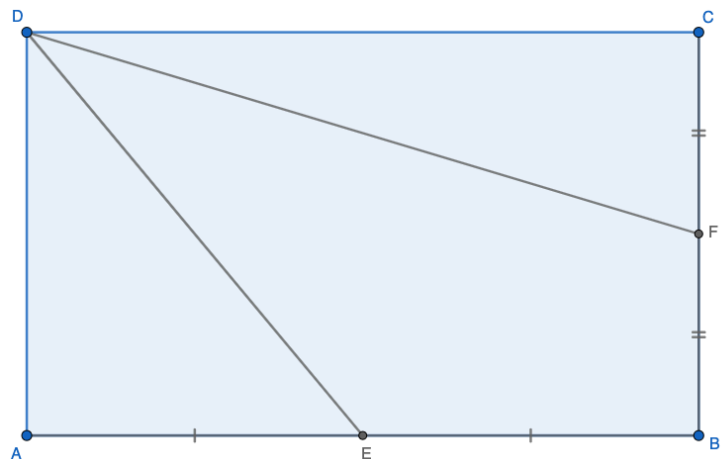
2. En remplaçant \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} par la somme trouvée dans la 1. puis en faisant une distributivité, calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.



Exercice 5 : Synthèse des méthodes

On considère le rectangle ABCD de longueur 10 et de largeur 6. E est le milieu du côté [AB] et F le milieu du côté [BC]. Déterminer les valeurs exactes des produits scalaires suivants.

1. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$
2. $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB}$
3. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$
4. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}$
5. $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{DB}$



Indice :

Pour la 4. et la 5. vous pourrez exprimer chacun des vecteurs comme une somme de vecteurs comme dans l'exercice 3, puis faire une distributivité afin de retomber sur des produits scalaires plus simples...