Fiche d'exercices 4 – Vecteurs et produit scalaire
Exercices et problèmes de synthèse

Exercice 1 (synthèse de 2^{nde} à savoir faire par tous !)

On considère les trois points du plan A, B et C de coordonnées : A(−3 ; 2) ; B(−2 ; −2) ; C(2 ; −1)

a. Déterminer les coordonnées du milieu I de [AB]

b. Déterminer les distances AB, AC et BC.

c. Établir que le triangle ABC est un triangle rectangle.

Exercice 2 : niveau expert **

Dans le plan muni d'un repère (O ; I ; J) orthonormé, on considère les trois points :
A(−2 ; 1) ; B(−8 ; −3) ; D $\left(-3 ; \frac{5}{2}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées du point C tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
2. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

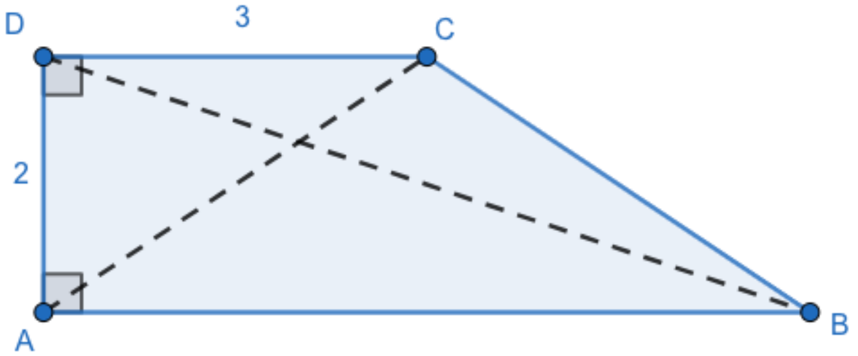
Niveau intermédiaire*

Dans le plan muni d'un repère (O ; I ; J) orthonormé, on considère les trois points :
A(−2 ; 1) ; B(−8 ; −3) ; D $\left(-3 ; \frac{5}{2}\right)$.

1. Soit C le point de coordonnées $(x\ ;y)$. calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$ en fonction de x et de y.
2. Déterminer les coordonnées du point C tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. Pour cela, il faudra que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
3. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Exercice 3 :

On considère le trapèze ABCD représenté ci-dessous :

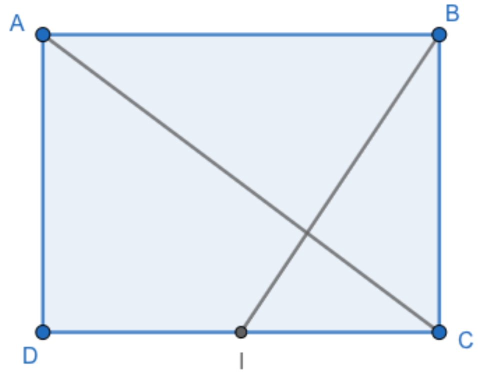


où : AD = 2 cm ; CD = 3 cm

Déterminer la longueur x du segment [AB] afin que les diagonales, [AC] et [BD] du trapèze ABCD soient perpendiculaires.

Exercice 4 :

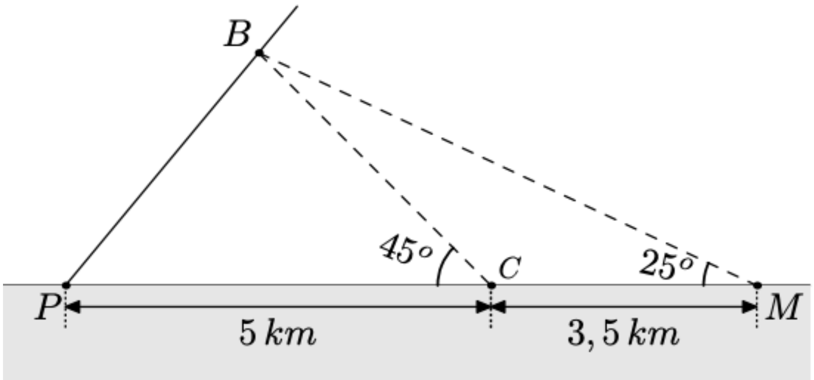
Soit a un nombre réel positif. On considère le rectangle ABCD tel que :
AB $= a$; AD $= \frac{\sqrt{2}}{2}a$.
On note **I le milieu de [CD].**



En se servant uniquement des propriétés algébriques, démontrer que les droites (AC) et (BI) sont perpendiculaires.

Exercice 5 : choisir votre niveau de difficulté :

Expert :



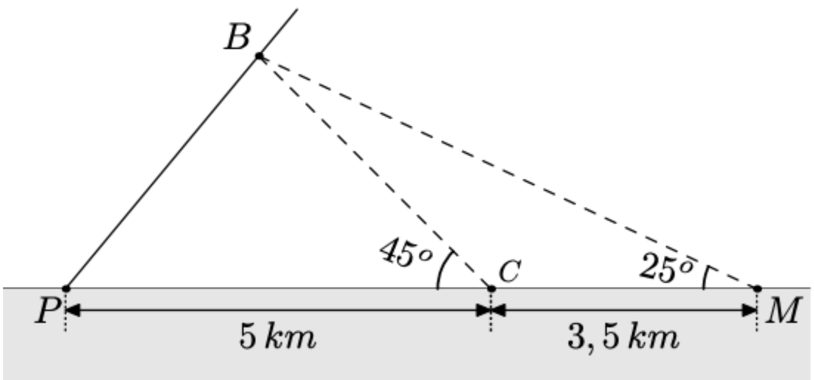
1. a. Déterminer les mesures des angles du triangle BCM.
b. La formule des sinus s'exprime dans le triangle ABC par :

$$\frac{\sin(\hat{A})}{a} = \frac{\sin(\hat{B})}{b} = \frac{\sin(\hat{C})}{c}$$

En déduire la longueur BC arrondie à l'hectomètre près.

2. Calculer la distance séparant le bateau du port arrondie à l'hectomètre près.

Intermédiaire :



1. a. Déterminer les mesures des angles du triangle BCM.

b. La formule des sinus s'exprime dans le triangle MBC par :

$$\frac{\sin(\widehat{BCM})}{BM} = \frac{\sin(\widehat{CMB})}{CB} = \frac{\sin(\widehat{MBC})}{MC}$$

En déduire la longueur BC arrondie à l'hectomètre près.

2. Dans le triangle CBP, les formules d'Al-Kashi s'exprime par :

$$PC^2 = PB^2 + BC^2 - 2 \times PB \times BC \times \cos(\widehat{PBC})$$
$$PB^2 = PC^2 + BC^2 - 2 \times PC \times BC \times \cos(\widehat{PCB})$$
$$BC^2 = PC^2 + PB^2 - 2 \times PC \times PB \times \cos(\widehat{CPB})$$

En déduire la distance séparant le bateau du port arrondie à l'hectomètre près.