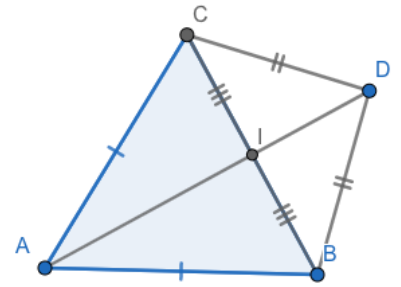


Méthode : Calculer un produit scalaire avec la bilinéarité et la symétrie

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB=2$ et BCD un triangle isocèle en D tel que $BD=\sqrt{3}$ et D extérieur au triangle ABC. On note I le milieu de [BC].

Calculer $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BI}$, puis $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BD}$.



Correction :

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BI} = (-\overrightarrow{BI}) \cdot \overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{BI}^2 = -BI^2 = -1.$$

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CI} \cdot (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{ID}) = \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{ID} \text{ par bilinéarité.}$$

$$\text{Or, } \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{ID} = 0 \text{ car } \cos(\widehat{CID}) = \cos(90^\circ) = 0.$$

$$\text{Donc, } \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BI} = -1.$$