

Méthode : Trouver l'ensemble de définition d'une fonction

Soient les fonctions f , g et h définies par $f(x) = 2x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 2x + 7$, $g(x) = \frac{3x^2 - 5x}{(x+1)(3x-2)}$ et $h(x) = \sqrt{2x - 3}$.

Donnez leur ensemble de définition.

Correction :

- f est une fonction polynôme, on peut calculer une image pour n'importe quelles valeurs de x , son ensemble de définition est $\mathbb{R} : D_f = \mathbb{R}$.
- h est une fonction quotient, son dénominateur ne peut pas être nul. Nous allons chercher les x qui annule son dénominateur puis les retirer de l'ensemble de définition :

$$(x + 1)(3x - 2) = 0$$

On reconnaît une équation produit. Elle est équivalente à : $x + 1 = 0$ ou $3x - 2 = 0$.

Ce qui donne : $x = -1$ ou $3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. On doit donc retirer -1 et $\frac{2}{3}$ de $\mathbb{R} : D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1; \frac{2}{3}\}$ (qui signifie \mathbb{R} privé de -1 et $\frac{2}{3}$).

- h est une fonction racine carré. Ce qu'il y a sous la racine doit être positif ou nul. Nous allons résoudre :

$$2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

L'ensemble de définition est donc les x supérieurs ou égal à $\frac{3}{2} : D_h = [\frac{3}{2}; +\infty[$.