

TP Binaire :

NOMBRES BINAIRES

Les ordinateurs, les téléphones portables ne savent pas compter au-delà de 1.

En fait, ils savent reconnaître

- s'il y du courant ou pas;
- si un point de sa mémoire est aimanté ou pas.

Donc, deux état seulement:

- "il y a" est noté 1, et
- "il n'y a pas" est noté 0.

Pour traduire une suite d'états, on notera 1100101100001 ...

Un tel nombre est dit binaire, car il ne comporte que deux chiffres, alors que nos nombres habituels en comporte dix, ils sont décimaux.

Nous allons apprendre à représenter les nombres dans le système binaire.

Dans notre système habituel, appelé système décimal, un nombre tel 7 124, se décompose comme suit : $7184 = 7 \times 1000 + 1 \times 100 + 8 \times 10 + 4 \times 1 = 7 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

Ainsi le changement de position se fait de 10 en 10.

En effectuant des divisions euclidiennes successives par la base voulue ici 10:

$$7184 = 718 \times 10 + 4$$

$$718 = 71 \times 10 + 8$$

$$71 = 7 \times 10 + 1$$

$$7 = 0 \times 10 + 7$$



Dans le système binaire, le changement de position se fait de 2 en 2.

Du coup, 7184, en binaire va devenir :

$$\begin{array}{rcl} 7184 & = & 3592 \times 2 + 0 \\ 3592 & = & 1796 \times 2 + 0 \\ 1796 & = & 898 \times 2 + 0 \\ 898 & = & 449 \times 2 + 0 \\ 449 & = & 224 \times 2 + 1 \\ 224 & = & 112 \times 2 + 0 \\ 112 & = & 56 \times 2 + 0 \\ 56 & = & 28 \times 2 + 0 \\ 28 & = & 14 \times 2 + 0 \\ 14 & = & 7 \times 2 + 0 \\ 7 & = & 3 \times 2 + 1 \\ 3 & = & 1 \times 2 + 1 \\ 1 & = & 0 \times 2 + 1 \end{array}$$



$$7184_{\text{décimal}} = 1110000010000_{\text{binaire}} = 1 \times 2^{12} + 1 \times 2^{11} + 1 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

Ceci est un exemple, nous allons nous intéresser aux premiers chiffres.

$$0 = 0 \times 2 + 0$$

0_{décimal} = 0_{binaire}

$$1 = 0 \times 2 + 1$$

1_{décimal} = 1_{binaire}

$$2 = 1 \times 2 + 0$$

2_{décimal} = 10_{binaire}

$$3 = 1 \times 2 + 1$$

3_{décimal} = 11_{binaire}

A vous de jouer !

Donnez-moi l'écriture binaire de 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et de 543, en me montrant bien vos calculs !

Il est possible de calculer avec les nombres binaires tout comme avec les nombres décimaux.

Ainsi, les opérations de base deviennent :

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$1 + 1 = 10$! (si nous posons une opération, on écrira 0 et mettrons 1 en retenue)

$$1 - 1 = 0$$

$0 - 1 = 1$ avec une retenue de 1

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 1 \\
 \hline
 100
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 111 \\
 + 1 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

En effet, $1 + 1 = 0$ avec retenue de 1, $1 + 1(\text{retenue}) = 10$, soit 100 !

N'oublions pas que $11_{\text{binaire}} = 3_{\text{décimal}}$, $1_{\text{binaire}} = 1_{\text{décimal}}$, et $100_{\text{binaire}} = 4_{\text{décimal}}$ et vous savez depuis longtemps que $3 + 1 = 4\dots$

Poser les opérations suivantes :

$$\begin{array}{r} 100 \\ + 11 \\ \hline \end{array}$$

110

+11

